

## Comment étudier une fonction à l'aide des fonctions dérivées ?



Une grande firme automobile réalise des essais d'un nouveau moteur. On teste le couple moteur en fonction du régime moteur

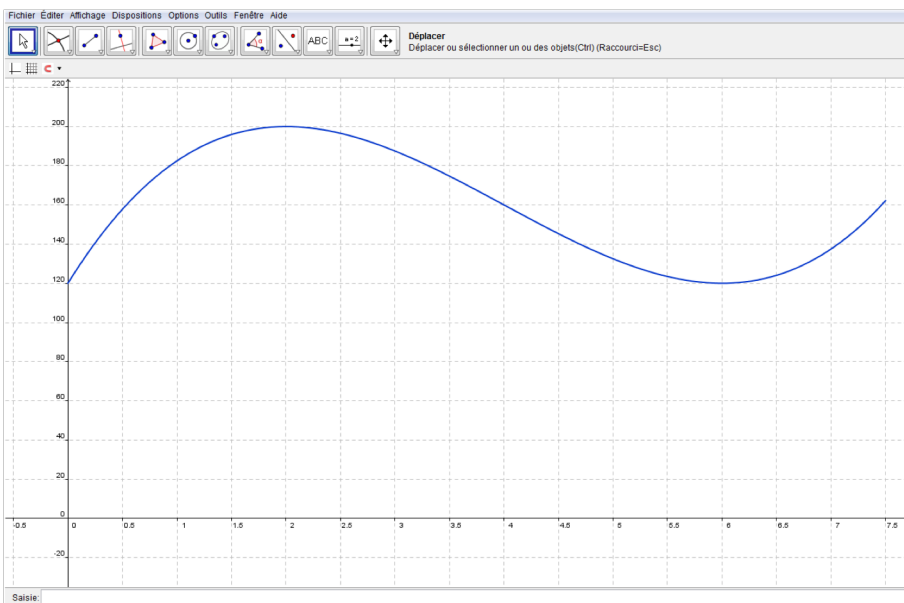
**Comment prévoir les caractéristiques (couple maximum, couple minimum, variations du couple) de ce moteur à l'aide des résultats de la phase de test ?**

Le test du moteur montre que l'évolution du couple de ce moteur peut être assimilée à la courbe représentative de la fonction  $C$  définie sur l'intervalle  $[0 ; 7,5]$  par :

$$C(x) = 2,5x^3 - 30x^2 + 90x + 120$$

Où  $x$  désigne le régime du moteur en milliers de tours par minute ( $\times 1000 \text{tr/min}$ )

La courbe représentative de cette fonction est donnée ci-dessous :

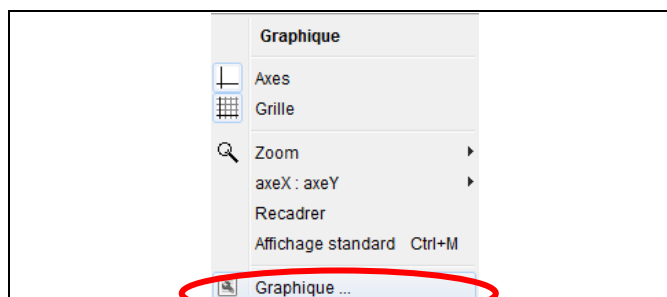


Nous avons vu que la dérivée d'une fonction permettait de connaître avec exactitude la valeur maximale d'une fonction. En quoi la dérivée d'une fonction permet-elle de caractériser une fonction ?

Saisie:  $C(x)=\text{Fonction}[2.5x^3-30x^2+90x+120, 0, 7.5]$

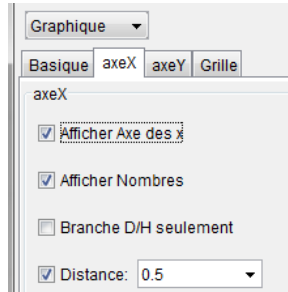
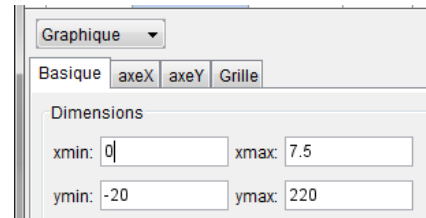
Dans la fenêtre de saisie introduire l'expression de la fonction  $C$

La courbe n'apparaît pas car il faut recadrer le repère avec les bonnes valeurs :

	<ul style="list-style-type: none"><li>- Clic droit sur le repère</li><li>- Sélectionner graphique</li></ul>
-------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------

## Comment étudier une fonction à l'aide des fonctions dérivées ?

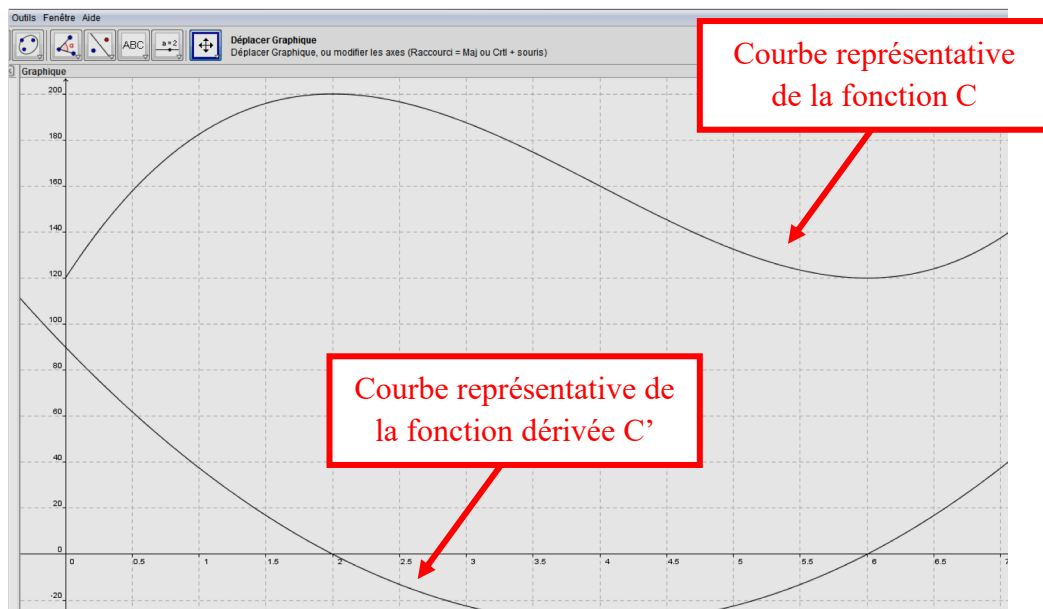
Dans l'onglet « Basique » introduire les valeurs ci-contre





- Dans l'onglet « axeX » on définit l'unité graphique en abscisse dans la partie « Distance » : dans notre cas, on prend 0,5
- Puis dans l'onglet « axeY » on définit l'unité graphique en ordonnée : dans notre cas, on prend 20

On trace la courbe représentative de la fonction dérivée  $C'$ . Dans la fenêtre de saisie :

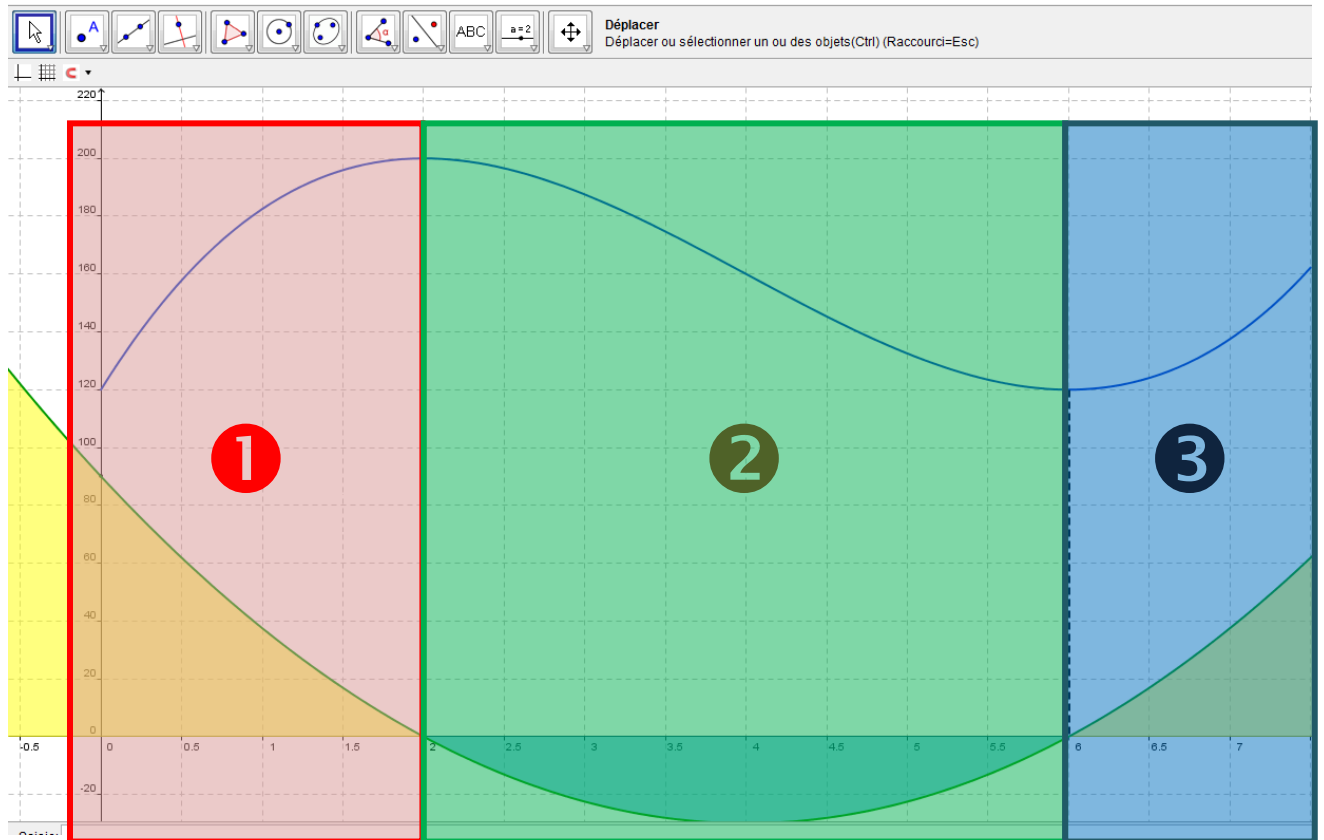
Saisie: **Dérivée[C(x)]**



Après avoir placé les points d'intersection  de la courbe représentative de la fonction  $C$  avec l'axe des abscisses, on trace la perpendiculaire à l'axe des abscisses passant par chacun des points A et B obtenus :  (que l'on trace en pointillés)

On remarque trois parties importantes sur cette représentation graphique :

## Comment étudier une fonction à l'aide des fonctions dérivées ?



①

La fonction est croissante, et la fonction dérivée est positive sur l'intervalle  $[0 ; 2]$

②

La fonction est décroissante, et la fonction dérivée est négative sur l'intervalle  $[2 ; 6]$

③

La fonction est croissante, et la fonction dérivée est positive sur l'intervalle  $[6 ; 7,5]$

*Soit  $f$ , une fonction définie sur un intervalle  $I = [a ; b]$ .*

- *Si, pour tout nombre  $x_0$  de  $I$ , le nombre dérivé  $f'(x_0)$  est POSITIF alors la fonction  $f$  est strictement CROISSANTE sur l'intervalle  $I$ .*
- *Si, pour tout nombre  $x_0$  de  $I$ , le nombre dérivé  $f'(x_0)$  est NEGATIF alors la fonction  $f$  est strictement DECROISSANTE sur l'intervalle  $I$ .*

## Comment étudier une fonction à l'aide des fonctions dérivées ?

On peut établir ces résultats dans un tableau que l'on appelle un **TABLEAU DE VARIATIONS**.

$x$	0	2	6	7,5	
Signe de la dérivée $C'(x)$	+	0	-	0	+
Variations de la fonction $C$	120	200	120	169,2	

Remarque : Pour déterminer les valeurs que prend la fonction  $C$  en 0, il suffit de taper dans la fenêtre de saisie : Saisie: **C(0)** (même méthode pour les autres valeurs)

Ce tableau de variation nous indique qu'en  $x = 2$  et  $x=6$  la dérivée s'annule (on note alors  $C'(x) = 0$ ) et change de signe. Ceci donne lieu à la règle suivante :

***Si la dérivée s'annule en un point d'abscisse  $x_0$  en changeant de signe, alors cette fonction admet au point d'abscisse  $x_0$  un extremum (minimum ou maximum)***

### CONCLUSION GENERALE

***Cette étude nous montre que le couple de ce moteur augmente jusqu'à sa valeur maximale de 200 Nm pour un régime de 2 000 tr/min. Ce couple décroît ensuite jusqu'à sa valeur minimale de 120 Nm à un régime de 6 000 tr/min pour enfin croître à nouveau jusqu'à son régime maximal de 7 500 tr/min.***